

Grammaires et automates à pile

1 Grammaire hors contexte

Exercice 1

Il suffit d'expliciter les règles.

$$G_1 : S \rightarrow \varepsilon \mid aSb$$

$$G_2 : S \rightarrow \varepsilon \mid aSb \mid bSa \mid baS \mid abS \mid Sba \mid Sab$$

$$G'_2 : S \rightarrow \varepsilon \mid aSb \mid bSa \mid SS$$

$$G'_1 : S \rightarrow A \mid B$$

$$A \rightarrow aAb \mid aA \mid a$$

$$B \rightarrow aBb \mid Bb \mid b$$

$$G_3 : S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c$$

$$G_4 : S \rightarrow aSb \mid bSa \mid bSb \mid aSa \mid c$$

$$G_5 : S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aEb \mid bEa$$

$$E \rightarrow aEb \mid bEa \mid aAa \mid bEb \mid \varepsilon$$

$$G_{\text{DYCK}} : S \rightarrow aSb \mid SS \mid \varepsilon \quad (\text{langage bien parenthésé})$$

$$G'_{\text{DYCK}} : S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon$$

Exercice 2

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid aa$$

Exercice 3

$$G'_+ : S \rightarrow aEa$$

$$E \rightarrow +aFa$$

$$F \rightarrow aFa \mid =$$

ou

$$G''_+ : S \rightarrow aSa \mid a + Ta$$

$$T \rightarrow +aTa \mid =$$

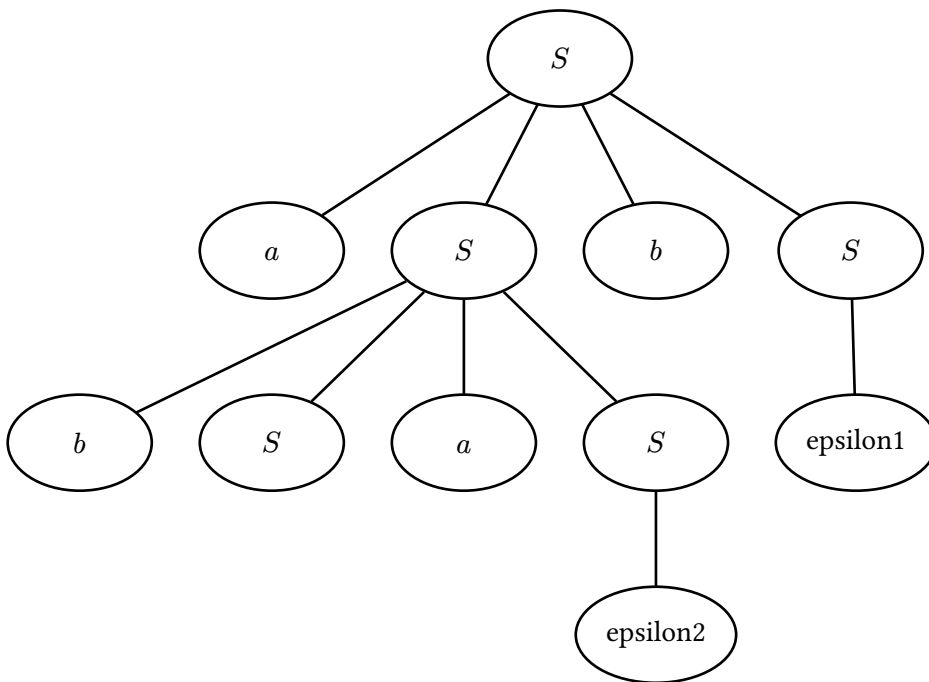
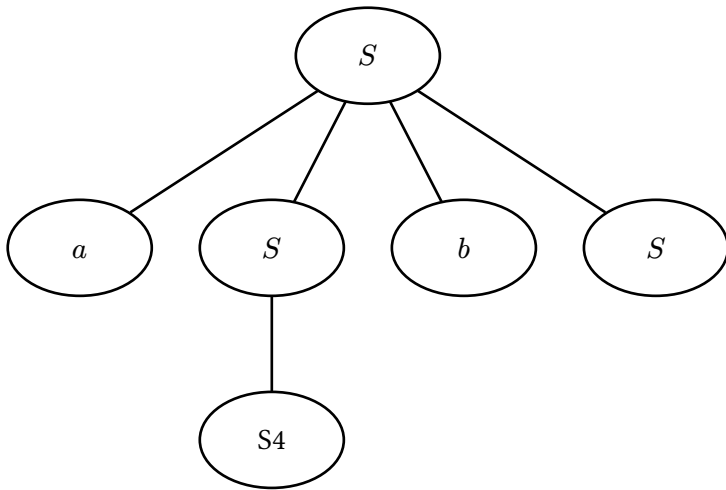
pas possible de sommer 0 a

$$G_+ : S \rightarrow aSa \mid + T$$

$$T \rightarrow aTa \mid =$$

Exercice 4

(a)



(b) cf arbres précédents

(c)

$G' : S \rightarrow \varepsilon \mid aAS \mid bBS$

$A \rightarrow aAA \mid b$

$B \rightarrow bBB \mid a$

L_2 non ambigu car G' non ambigu

2 Automates à pile

Exercice 5

Il faut dessiner l'automate à pile et tester pour voir lol

ici les langages reconnus sont

$$L_{\text{final}} = \{a^n b^p, 0 \leq p \leq 2n\}$$

$$L_{\text{pile vide}} = \{a^n b^{2n}, 0 \leq n\}$$

Exercice 6

(a) Il reconnaît le langage $L = \{w, |w|_a = |w|_b\}$

(b) Le langage accepté est le même

(c)

$$S \rightarrow [q_0 Z q_0]$$

$$S \rightarrow [q_0 Z q_1]$$

$$[q_0 A q_0] \rightarrow b$$

$$[q_0 B q_0] \rightarrow a$$

$$[q_0 Z q_1] \rightarrow \varepsilon$$

$$[q_0 Z q_1] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 Z q_1]$$

$$[q_0 Z q_1] \rightarrow b[q_0 B q_0][q_0 Z q_1]$$

$$[q_0 A q_0] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 A q_0]$$

$$[q_0 B q_0] \rightarrow a[q_0 B q_0][q_0 B q_0]$$