Algorithmes d'exploration d'un arbre d'énumération

Exercice 1

Q 1.1

Soit $A(n)$ le nombre de noeuds dans l'arbre des appels récursifs de $F(n)$ $A(0) = A(1) = 1$ donc $A(n) = 1 + A(n-1) + 6A(n-2)$ si $n \geq 2$

Polynome caractéristique de A:
$r^2 - r - 6 = 0, \delta = 1 - 4 \times 1 \times -6 = 25$

$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$

d'où l'arbre des appels comporte $O(3^n)$ noeuds. De plus chaque appel est en $O(1)$ $F(n)$ est de complexité $O(3^n)$

De même pour $G(n)$: Chaque appel est en $O(n)$ l'arbre d'appel comporte $O(2^n)$

d'où $G(n) = O(n2^n)$

$\boldsymbol{H(n)}$: $A(0) = A(1) = 1$ $A(n) = 2A(n-2) + 1$ $r^2 - 2 = 0, r = \sqrt{2}$

D'où $H(n) = O\left(\sqrt{2}^n\right)$

$\boldsymbol{J(n)}$: $A(0) = A(1) = 1$ $A(n) = 1 + A(n-1)$ Suite arithmétique de raison 1: $A(n) = n + 1$

Opérations en $O(n)$, $O(n)$ noeuds, d'où $J(n) = O(n^2)$

Exercice 2

Exercice 3

Q 3.1

$A(0) = 1$

$A(n) = 1 + A(n - V(s) - 1) + A(n-1)$

Or pas d'expression claire pour $V(s)$, donc
$A(n) \leq 1 + 2A(n-1)$ d'où $A(n) \leq 2^{n+1} - 1$ (??????????) (se retrouve avec PC, autre méthode et aucune explication donnée par la prof)

Parcours en $O(n + m)$

D'où Alpha1 $= O(2^n(n + m))$

Q 3.2

Même complexité dans le pire des cas mais meilleure complexité dans le meilleur des cas.
$A(0) = 1, A(1) = 2$ (nécessairement sommet de degré 0 donc premier cas)

Pour $n \geq 2$:
- degré 0: A(n-1) appels
- degré >= 1: $V(s) \geq 1$ donc au plus $A(n-2)$ appels

D'où
$A(n) \leq 1 + \max\{A(n-1), A(n-1) + A(n-2)\} \leq 1 + A(n-1) + A(n-2)$
d'où P.C:
$r^2 - r - 1 = 0, \delta = 5$, comlexité en $O\left(\left(1 + \sqrt{5}\right)^n (n + m)\right)$

Q 3.3

$A(0) = 1, A(1) = 2, A(2) \leq 3$

Même raisonnement qu'à la question précédente, on majore $-V(s)$ $A(n) \leq 1 + \max\{A(n-2), A(n-1), A(n-1) + A(n-3)\} \leq 1 + A(n-1) + A(n-3)$

$r^3 - r^2 - 1 = 0$ À RÉSOUNDRE LOL REVOIT LES NOTIONS DE MATHS DE BASE