

# Rappels sur les preuves d'algorithmes et analyse de complexité

## Exercice 1

Q 1.1 On peut séparer l'échiquier dans des groupes où placer les triominos est trivial.

## Exercice 2

Q 2.1  $T(n) = O(n^2)$

Q 2.2  $T(n) = O(n \log(n))$

Q 2.3  $T(n) = O(n^{\log(2)}) = O(n)$

Q 2.4  $T(n) = O(\log(n))$

## Exercice 3

Q 3.1 Flemme cf photo, faut que je resorte fletcher. L'arbre est asymétrique, plus cours sur la gauche qu'à droite.

On fait  $n$  opération en coup  $n$  à chaque étage puis on branche à gauche en  $\log_3(n)$  et à droite en  $\log_3(n)$

D'où  $T(n) = O\left(n^{\log_3(2)}\right)$

Q 3.2 Non, car l'expression de  $T(n)$  ne satisfait pas les hypothèses. On peut majorer pour l'appliquer:

$$T(n) = T\left(\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil\right) + T\left(\left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor\right) + n \leq 2T\left(\left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor\right) + n$$

## Exercice 4

### Exercice 5

Q 5.1  $T(n) = 4 \times \left(\frac{n}{2}\right)^2 = n^2$

Q 5.2  $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n^2)$

En appliquant le théorème maitre, on a:

$$T(n) = O\left(n^{\log_2(8)}\right) = O(n^3)$$

Q 5.3  $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$

En appliquant le théorème maitre, on a:

$$T(n) = O\left(n^{\log_2(7)}\right)$$

## Exercice 6

### Q 6.1

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=i}^j O(1) = O\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=i}^j (j-i+1)\right) \\ &= O\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^{n-i+1} j\right) \\ &= O\left(\sum_{i=1}^n \frac{(n-i+1)(n-i+2)}{2}\right) \\ &= O\left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(i+1)(i+2)}{2}\right) = O(n^3) \end{aligned}$$

**Q 6.2** On se débarrasse de  $k$ , ie on avance et on somme sur  $j$ , en gardant le maximum à l'aller

$$\mathbf{Q 6.3} \quad \text{stm}_3 = \max_{i \leq m} \sum_{k=i}^m A[k] + \max_{i \geq m+1} \sum_{k=i}^n A[k]$$

$$\mathbf{Q 6.4} \quad \text{stm}(A) = \max(\text{stm}_1, \text{stm}_2, \text{stm}_3)$$

$$\mathbf{Q 6.5} \quad T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

D'où

$$T(n) = O(n \log(n))$$

**Q 6.6** On a  $\text{pref}(A) = \text{stm}_1$  et  $\text{suff}(A) = \text{stm}_2$ , or  $\text{stm}_1 + \text{stm}_2 \neq \text{stm}_3$